УДК 69.04
doi: 10.33622/0869-7019.2026.08.11-21

Совершенствование метода расчета по предельным состояниям в нелинейных задачах железобетона

Дмитрий Анатольевич ПЕКИН, кандидат технических наук, главный конструктор, dpekin@mail.ru
ИНВ-Строй, 142105 Московская обл., г. Подольск, ул. Пионерская, 6-30

Аннотация. *Предметом рассмотрения является многопролетная трехэтажная плоская рама из монолитного железобетона, широко используемая в каркасах различных общественных зданий: торговых и многофункциональных центрах, аэровокзалах, а также в многоэтажных складских комплексах. Приводятся результаты расчета напряженно-деформированного состояния и сравнения варьируемых параметров продольного армирования ригелей в линейной и нелинейной постановке. В нелинейной постановке использованы как нормативные характеристики материалов, так и расчетные для определения возможности «перераспределения» изгибающих моментов и предельной нагрузки, характеризующей предаварийное состояние. На основе полученных внутренних усилий выполнен ручной расчет нормальных сечений по прочности и трещиностойкости согласно своду правил «Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения» для сравнения с результатами по методике, заложенной разработчиками в программно-вычислительный комплекс и использующей для решения этих задач нелинейную деформационную модель. По результатам анализа полученных данных предложены пути развития метода расчета по предельным состояниям применительно к нелинейным задачам железобетона и выявлено противоречие в нормативной методике расчета трещиностойкости.*

Ключевые слова: *расчет по предельным состояниям, линейная и нелинейная задачи железобетона, плоская рама, перераспределение усилий, расчет трещиностойкости*

Для цитирования: *Пекин Д. А.* Совершенствование метода расчета по предельным состояниям в нелинейных задачах железобетона // Промышленное и гражданское строительство. 2026. № 8. С. 11–21.
doi: 10.33622/0869-7019.2026.08.11-21

DEVELOPMENT THE METHOD OF LIMIT STATES CALCULATION AS APPLIED TO NONLINEAR PROBLEMS OF REINFORCED CONCRETE

Dmitrii A. PEKIN, dpekin@mail.ru
INV-Stroy, Pionerskaya ul., 6-30, Podolsk 142105, Russian Federation

Abstract. *The subject of this study is a multi-span, three-story flat frame made of monolithic reinforced concrete, widely used in the frameworks of various public buildings, including shopping malls, multifunctional centers, airport terminals, and multi-story warehouse complexes. The results of stress-strain state calculations and a comparison of variable longitudinal beam reinforcement parameters are presented in linear and nonlinear formulations. When performing a nonlinear analysis, normative and design characteristics of materials were used to determine the possibility of "redistribution" of bending moments and the ultimate load corresponding to the pre-emergency state. Based on the obtained internal forces, a manual calculation of normal cross-sections for strength and crack resistance was performed in accordance current regulations for comparison with the results of the methodology incorporated by the developers into the software and computing system, which uses a nonlinear deformation model to solve these problems. Based on the results of the analysis of the obtained data, ways of developing the method of limit states calculation in relation to nonlinear problems of reinforced concrete are proposed and an existing contradiction in the normative methodology for calculating crack resistance is identified.*

Keywords: *limit state calculation, linear and nonlinear problems of reinforced concrete, flat frame, force redistribution, crack resistance calculation*

For citation: Pekin D. A. Development the Method of Limit States Calculation as Applied to Nonlinear Problems of Reinforced Concrete. *Promyshlennoe i grazhdanskoe stroitel'stvo* [Industrial and Civil Engineering], 2026, no. 8, pp. 11–21. (In Russ.). doi: 10.33622/0869-7019.2026.08.11-21

Введение

В продолжение статьи «Совершенствование метода расчета по предельным состояниям и нормирования строительных конструкций» [1] рассмотрим на конкретном примере положения действующих норм, результаты расчета напряженно-деформированного состояния (НДС) железобетонных конструкций (ЖБК), параметры армирования ригелей плоской рамы на основе линейных и нелинейных расчетов, а также с учетом требований трещиностойкости и без них.

Следует отметить, что для выполнения нелинейных расчетов

© ПЕКИН Д. А., 2026

1. Принятые для расчетов постоянные и временные нагрузки

Вид нагрузки	Наименование нагрузки	Нормативная нагрузка, кПа	γ_f	Расчетная нагрузка, кПа	Примечание (доля длит.)
Монолитная железобетонная плита перекрытия					
Постоянные	Перекрытие ~300 мм, ρ = 2500 кг/м^3	7,35	1,1	8,085	–
	Полы 150 мм, ρ = 1800 кг/м^3	2,646	1,3	3,44	–
	Перегородки ГКЛ	1	1,3	1,3	–
	Потолок	0,5	1,3	0,65	–
Временные	Инженерные системы	0,5	1,1	0,55	–
Временные: длительная кратковременная	 Полезная Полезная	 1,75 5	 1,2 1,2	 2,1 6	 – –
Итого	Постоянные + длительные	13,746	1,17	16,125	0,81
Итого	Постоянные + кратковременные	16,996	1,18	20,025	0,81
Монолитная железобетонная плита покрытия					
Постоянные	Покрытие ~300 мм, ρ = 2500 кг/м^3	7,35	1,1	8,085	–
	Разуклонка ~200 мм, ρ = 1000 кг/м^3	1,96	1,3	2,548	–
	Кровля 250 мм, ρ = 400 кг/м^3	0,98	1,3	1,274	–
	Потолок	0,5	1,3	0,65	–
Временные	Инженерные системы	0,5	1,1	0,55	
Временные: длительная кратковременная	 Снеговая Снеговая	 0,75 1,5	 1,4 1,4	 1,05 2,1	 – –
Итого:	Постоянные + длительные	12,04	1,18	14,157	0,94
Итого:	Постоянные + кратковременные	12,79	1,19	15,207	0,93

железобетона необходимо разбить стержневые конструкции по длине на множество конечных элементов (КЭ) и предварительно назначить параметры армирования элементов, которые задаются на основе результатов линейного расчета. В этой связи задание коэффициентов надежности по нагрузке от собственного веса плит перекрытий на основе предложения в статье [1, формула (1)] не представляет особой сложности для автоматизации в большинстве распространенных программно-вычислительных комплексов (ПВК).

Для примера возьмем плоскую трехэтажную раму пространственного каркаса с сеткой колонн 12×12 м. Число пролетов рамы – 6 (в другом направлении – не менее 3), высота этажа – 7,2 м, снеговой район – III (без учета сноса снега). Ветровая нагрузка для простоты не учитывалась. Для ЖБК принят бетон класса В30, арматура класса А500. Конструктивные элементы каркаса: колонны квадратного сечения 800×800 мм; ригели в двух направлениях сечением 1500×1200(h) мм; плоские сплошные или ребристые в двух направлениях (кессонные) плиты перекрытия и покрытия с приведенной толщиной 300 мм.

Цель работы – уточнить положения метода расчета по предельным состояниям при выполнении нелинейных расчетов ЖБК для повышения эффективности конструктивных систем и снижения трудозатрат на проектирование.

Модели и методы исследования

Расчетные модели плоской рамы создавались в широко распространенном на постсоветской территории ПВК. Для стержневых конечных элементов принята длина 0,25 м (для ригелей) и 0,3 м (для колонн), а также теория изгиба стержней Эйлера–Бернулли в линейной постановке. В узлах сопряжения ригелей с центральными колоннами добавлены «твердые тела», уменьшающие их пролет на габарит поперечного сечения колонны. Нагрузки, за исключением собственно-

2. Характеристики расчетных моделей

Расчетная модель	Тип расчета	E_b/E_s, МПа,		Армирование, $n\varnothing/A_s$, шт/мм^2			
		для колонн	для ригелей	колонн (общее)	ригелей в пролете	ригелей на опорах	ригелей в сжатой зоне
ЛИН-1-1	Линейный	32500/ 200000	32500/ 200000	12∅25/ 5890	7∅16+7∅12*/ 1407+792=2199	7∅16+7∅22*/ 1407+2660=4067	4∅16/ 804
ЛИН-1-2	Линейный	19500/ 200000	9750/ 200000	12∅25/ 5890	7∅16+7∅12*/ 1407+792=2199	7∅16+7∅22*/ 1407+2660=4067	4∅16/ 804
НЕЛИН-2-1	Нелинейный	σ–ε**	σ–ε**	12∅25/ 5890	7∅16+7∅14*/ 1407+1077=2484	7∅16+7∅16*/ 1407+1407=2814	4∅16/ 804
НЕЛИН-2-2	Нелинейный	σ–ε***	σ–ε***	12∅25/ 5890	7∅16+7∅14*/ 1407+1077=2484	7∅16+7∅16*/ 1407+1407=2814	4∅16/ 804
НЕЛИН-2-3	Нелинейный	σ–ε**	σ–ε**	12∅25/ 5890	7∅16+7∅14*/ 1407+1077=2484	7∅16+7∅16*/ 1407+1407=2814	4∅16/ 804

* Продольная арматура располагается в два ряда по высоте на расстоянии 3 мм в свету друг от друга.
** Характеристики материалов в диаграммах «σ–ε» на основе нормативных значений.
*** То же, на основе расчетных значений.

го веса ригеля (в габаритах сечения от низа ригеля до низа плиты), прикладывались в форме треугольника с максимальными значениями в середине пролетов с учетом рамного каркаса в двух направлениях и определялись согласно СП 20.13330.2016 «СНиП 2.01.07-85* Нагрузки и воздействия». Принятые для расчета равномерно распределенные по площади постоянные и временные нагрузки приведены в *табл. 1*.

При выполнении расчетов в нелинейной постановке использованы:

• билинейные диаграммы «σ–ε» для бетона и арматуры, динамический решатель для физически и геометрически нелинейных задач и метод PARFES;

• для стержневых КЭ – теория пластического течения и прочности бетона Гениева и гипотеза Тимошенко (учет сдвигов – возможность поворота нормального элемента относительно продольной оси стержня);

• нормативные и расчетные характеристики материалов согласно СП 63.13330.2018 «СНиП 52-01-2003 Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения», учитываемые в расчетной модели по отдельности.

Кроме того, приняты:

- *для бетона:*

• относительный модуль разупрочнения при растяжении и сжатии – минус 0,05;

• остаточная прочность – 0,001;

• отношение деформации в точке U и деформации, соответствующей пределу прочности бетона при сжатии (отношение предельных деформаций к деформациям предела текучести) – 1,41;

• отклонение параболоида от круговой формы – 0,577;

- *для арматуры:*

• относительный модуль упрочнения при растяжении и сжатии – 0,005;

• предельная деформация для растянутой и сжатой арматуры – 0,025 и минус 0,004;

• фактор триангуляции (плотность разбиения сечения КЭ на треугольники) – 20.

Все они подобраны по результатам калибровки расчетной модели стержневой топологии шарнирно опертой балки по критерию предельного изгибающего момента метода предельных усилий.

Для сравнения и анализа результатов линейных и нелинейных расчетов на примере одного из центральных ригелей перекрытия были созданы расчетные модели, характеристики которых приведены в *табл. 2*. Площадь растянутой арматуры ригелей в нелинейных расчетах в середине пролета была увеличена, а на опоре, наоборот, снижена, с учетом эффекта «перераспределения» внутренних усилий и на основе итерационного процесса поиска значений глобального коэффициента безопасности, о котором речь пойдет далее.

Различие в исходных данных между расчетными моделями ЛИН-1-1 и ЛИН-1-2 заключается в снижении начального модуля упругости бетона для колонн и ригелей на коэффициенты 0,6 и 0,3 соответственно согласно п. 6.2.6 СНиП 52-103-2007 или п. 6.2.7 СП 430.1325800. Различие между НЕЛИН-2-1, НЕЛИН-2-3 и НЕЛИН-2-2 заключается в использовании нормативных и расчетных характеристик материалов соответственно. Модели

3. Значения геометрических характеристик поперечного сечения расчетной модели

Расчетная модель	x/x_R, мм		ξ/ξ_R		$M_{пр}/M_{оп}$, кН·м	$Q_{пр}/Q_{оп}$, кН	$N_{пр}/N_{оп}$, кН
	в пролете	на опоре	в пролете	на опоре			
1	2	3	4	5	6	7	8
ЛИН-1-1	24/590	54/590	0,02/0,49	0,05/0,49	1128,8/1976,7	5,6/921,8	+68,6/+68,6
ЛИН-1-2	24/590	54/590	0,02/0,49	0,05/0,49	1125/1970,9	3,8/920	+76,5/+76,5
НЕЛИН-2-1	29/590	34/590	0,02/0,49	0,03/0,49	1388,1/1703,9	31,4/911,6	–117/–115,6
НЕЛИН-2-2	29/590	34/590	0,02/0,49	0,03/0,49	1258,7/1811,8	35,6/907,7	–310/–325,8
НЕЛИН-2-3	29/590	34/590	0,02/0,49	0,03/0,49	1318,5/1719,5	34,5/890,7	–59,62/–76,76

Примечания: 1. Для всех моделей: a и a' равны 60 мм; $I = 0{,}216$ м^4; $W = 0{,}36$ м^3.

2. Обозначения: $x(\xi)$ – высота (относительная) сжатой зоны бетона, вычисленная на основе метода предельных усилий; $x_R(\xi_R)$ – граничная высота (относительная) сжатой зоны бетона, вычисленная на основе предельной сжимаемости бетона; a и a' – расстояние от граней сечения до центра растянутой и сжатой арматуры; $M_{пр}$ и $M_{оп}$, $Q_{пр}$ и $Q_{оп}$, $N_{пр}$ и $N_{оп}$ – соответственно изгибающие моменты, поперечные и продольные силы в середине пролета и на опоре; I – момент инерции; W – момент сопротивления растянутой грани сечения.

4. Результаты расчета нормальных сечений по прочности в середине пролета /на опоре центрального ригеля перекрытия

Расчетная модель	$M_{пр}/M_{оп}$, кН·м	$x_{пр}/x_{оп}$, мм	$M_{ult,пр}/M_{ult,оп}$, кН·м	$K_{М,ПУ} = M/M_{ult}$	$K_{\varepsilon s,НДМ}$	$K_{\varepsilon b,НДМ}$	$K_{М,НДМ}$	$K_{М,НДМ} - K_{М,ПУ}$	%, ПУ-НДМ
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ЛИН-1-1	1128,8/ 1976,7	24/ 54	1037,7/ 1879,9	1,088/ 1,051	0,112/ 0,141	0,186/ 0,28	0,902/ 0,94	–0,186/ –0,111	17,1/ 10,6
ЛИН-1-2	1125/ 1970,9	24/ 54/	1037,7/ 1879,9	1,084/ 1,048	0,11/ 0,137	0,183/ 0,276	0,899/ 0,937	–0,185/ –0,111	17,1/ 10,6
НЕЛИН-2-1	1388,1/ 1703,9	29/ 34	1179,6/ 1321	1,177/ 1,29	1,141/ 1,423	0,668/ 0,855	1/ 1,108	–0,177/ –0,182	15/ 14,1
НЕЛИН-2-2	1258,7/ 1811,8	29/ 34	1179,6/ 1321	1,075/ 1,372	0,119/ 1,737	0,192/ 1,045	0,914/ 1,178	–0,161/ –0,194	15/ 14,1
НЕЛИН-2-3	1318,5/ 1719,5	29/ 34	1179,6/ 1321	1,118/ 1,302	0,187/ 1,475	0,242/ 0,884	0,951/ 1,118	–0,167/ –0,184	15/ 14,1

Примечание. Обозначения: $M_{пр}$ и $M_{оп}$ – изгибающие моменты в середине пролета и на опоре; $M_{ult,пр}$ и $M_{ult,оп}$ – предельные изгибающие моменты в середине пролета и на опоре на основе МПУ; $K_{М,ПУ}$ – коэффициент использования по изгибающему моменту на основе МПУ; $K_{\varepsilon s,НДМ}$, $K_{\varepsilon b,НДМ}$, $K_{М,НДМ}$ – коэффициенты использования по деформациям в растянутой арматуре, сжатом бетоне и по изгибающему моменту на основе НДМ; $K_{М,НДМ} - K_{М,ПУ}$ – разница между коэффициентами использования на основе НДМ и МПУ.

НЕЛИН-2-1 и НЕЛИН-2-3 различаются в связи с разными подходами к определению глобального коэффициента безопасности – умножением всех расчетных нагрузок или только кратковременных нормативных нагрузок на дополнительный коэффициент надежности по нагрузке.

С учетом применения динамического решателя все нелинейные расчеты выполнялись во временной области в промежутке от 0 до 2,5 с с шагом интегрирования 0,1 с. Нагрузки прикладывались последовательно одна за другой с запаздыванием 0,5 с для учета этапности возведения здания и получения характерного НДС плоской рамы на каждой стадии.

Параметры армирования ригелей и колонн в крайних пролетах приняты большими по сравнению с центральными, поскольку в них, по понятным причинам, значения изгибающих моментов в пролете и на второй опоре получаются выше, чем в средних. На практике этот эффект обычно компенсируется уменьшением длины крайних пролетов с 12 м до ~9 м или устройством консолей длиной ~3 м. Расстояние от граней ЖБК до центров тяжести арматуры принято 60 мм, остальные параметры для проверки нормальных сечений – согласно СП 63.13330.

5. Результаты расчета нормальных сечений по трещиностойкости в середине пролета / на опоре

Расчетная модель	M_{ser}, кН·м	$M_{ser,l}$ кН·м	$A_{s,red}$, мм^2	d_s, мм	M_{crc}, кН·м	ψ_s	$\psi_{s,l}$	x_m, мм	I_{red}, м^4	σ_s, МПа	$\sigma_{s,h}$, МПа	a_{crc1}, мм	$K_{crc,l}$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
ЛИН-1-1	956,6 / 1675,2	774,8 / 1356,9	2172 / 3931	19,9 / 26,7	843,5 / 859,6	0,29 / 0,59	0,13 / 0,49	190 / 247	0,030276 / 0,050552	408,2 / 402,5	330,6 / 326	0,06 / 0,22	0,2 / 0,73
ЛИН-1-2	953,4 / 1670,3	772,3 / 1352,9	2172 / 3931	19,9 / 26,7	843,5 / 859,6	0,29 / 0,59	0,13 / 0,49	190 / 247	0,030276 / 0,050552	406,9 / 401,3	329,6 / 325	0,06 / 0,22	0,2 / 0,73
НЕЛИН-2-1	1176,4 / 1444	952,9 / 1169,6	2445 / 2757	21,1 / 22,4	845,4 / 848,9	0,43 / 0,53	0,29 / 0,42	197 / 209	0,033593 / 0,037314	449,1 / 490	363,8 / 396,9	0,15 / 0,23	0,5 / 0,77
НЕЛИН-2-2	1074,3 / 1534,4	870,2 / 1243,7	2445 / 2757	21,1 / 22,4	845,4 / 848,9	0,37 / 0,56	0,22 / 0,45	197 / 209	0,033593 / 0,037314	410,1 / 521	332,2 / 422	0,1 / 0,27	0,33 / 0,9
НЕЛИН-2-3	1117,4 / 1457,2	905,1 / 1180,3	2445 / 2757	21,1 / 22,4	845,4 / 848,9	0,39, 0,53	0,25 / 0,42	197 / 209	0,033593 / 0,037314	426,6 / 494,5	345,5 / 400,5	0,12 / 0,24	0,4 / 0,8
Расчетная модель	a_{crc2}, мм	a_{crc3}, мм	a_{crc}, мм	K_{crc}	ψ_s	a_{crc1}, мм	$K_{crc,l}$	a_{crc2}, мм	a_{crc3}, мм	a_{crc}, мм	K_{crc}	$K_{crc,l}$ **НДМ в ПВК**	K_{crc} **НДМ в ПВК**
1	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
ЛИН-1-1	0,12 / 0,24	0,04 / 0,16	0,14 / 0,3	0,35 / 0,75	1	0,46 / 0,46	1,53 / 1,53	0,41 / 0,4	0,33 / 0,33	0,54 / 0,53	1,35 / 1,33	1,41 / 1,53	1,25 / 1,36
ЛИН-1-2	0,12 / 0,24	0,04 / 0,16	0,14 / 0,3	0,2 / 0,73	1	0,46 / 0,46	1,53 / 1,53	0,41 / 0,4	0,33 / 0,33	0,54 / 0,53	1,35 / 1,33	1,41 / 1,52	1,24 / 1,36
НЕЛИН-2-1	0,19 / 0,26	0,11 / 0,17	0,23 / 0,32	0,58 / 0,8	1	0,51 / 0,56	1,7 / 1,87	0,45 / 0,49	0,36 / 0,4	0,6 / 0,65	1,5 / 1,63	1,57 / 1,74	1,41 / 1,36
НЕЛИН-2-2	0,15 / 0,29	0,07 / 0,19	0,18 / 0,37	0,45 / 0,93	1	0,47 / 0,59	1,57 / 1,97	0,41 / 0,52	0,33 / 0,42	0,55 / 0,69	1,38 / 1,73	1,43 / -*	1,28 / -*
НЕЛИН-2-3	0,17 / 0,26	0,09 / 0,17	0,2 / 0,33	0,5 / 0,73	1	0,48 / 0,56	1,6 / 1,87	0,43 / 0,49	0,35 / 0,4	0,56 / 0,65	1,4 / 1,63	1,49 / 1,74	1,33 / 1,38

* Коэффициент не вычислен в связи с тем, что коэффициенты использования $K_{\varepsilon s,\text{НДМ}}$, $K_{\varepsilon b,\text{НДМ}}$ и $K_{\text{M,НДМ}}$ больше 1 (*см. табл. 4*).

Примечание. Обозначения: ψ_s и $\psi_{s,l}$ – коэффициенты, учитывающие работу растянутого бетона между трещинами при непродолжительном и продолжительном действии нагрузки соответственно; σ_s и $\sigma_{s,l}$ – напряжения в арматуре при непродолжительном и продолжительном действии нагрузки соответственно; $K_{crc,l}$ и K_{crc} – коэффициенты использования при продолжительном и непродолжительном действии нагрузки соответственно с учетом разных значений коэффициентов ψ_s и $\psi_{s,l}$, а также методики расчета в ПВК на основе НДМ (столбцы 26, 27); $a_{crc} = a_{crc1} + a_{crc2} - a_{crc3}$ – ширина раскрытия трещин с учетом непродолжительного действия нагрузки; остальные параметры и результаты ручных расчетов выполнены согласно СП 63.13330.

6. Результаты расчетов по определению прогибов ригелей в середине пролета первого /второго этажей

Расчетная модель	$f_{ЖБК}$, мм	f_2, мм	f_{cr}, мм	f_3, мм	f_1, мм	f, мм	f_l, мм	γ_R	f_R, мм
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ЛИН-1-1	0,54/0,52	0,84/0,82	0/0	0,84/0,82	1/0,97	1/0,97	1,17/1,14	–	–
ЛИН-1-2	1,78/1,75	2,8/2,75	0/0	2,8/2,75	3,32/3,27	3,32/3,27	3,86/3,81	–	–
ЛИН-1-К1	0,54/0,52	0,84/0,82	1,96/1,93	2,8/2,75	1/0,97	2,96/2,9	–	–	–
ЛИН-1-К2	0,54/0,52	0,84/0,82	1,57/1,53	2,41/2,35	1/0,97	2,57/2,5	–	–	–
НЕЛИН-2-1	0,6/0,57	1,12/1,09	0/0	1,12/1,09	2,43/2,26	2,43/2,26	5,43/5,38	1,26	17,4/26,65
НЕЛИН-2-2	0,7/0,67	4,73/4,93	0/0	4,73/4,93	7,11/8,08	7,11/8,08	11,65/14,92	1,01	11,94/15,3
НЕЛИН-2-3	0,6/0,57	1,12/1,09	0/0	1,12/1,09	2,43/2,26	2,43/2,26	4,43/4,24	2,7	15,39/28,31

Примечание. Обозначения: $f_{ЖБК}$ – прогиб от собственного веса ЖБК; f_2 – прогиб от непродолжительного действия постоянных и временных длительных нагрузок; f_3 – прогиб от продолжительного действия постоянных и временных длительных нагрузок; $f_{cr} = f_3 - f_2$ – прогиб, возникающий в связи с ползучестью сжатого бетона, при указанных нагрузках; $\varepsilon_{b1,red(3)} = 0{,}0028$ и $\varepsilon_{b1,red(2)} = 0{,}0015$ – относительные деформации бетона при сжатии от продолжительного и непродолжительного действия нагрузок согласно табл. 6.10 и п. 6.1.21 СП 63.13330 соответственно; f_1 – прогиб от непродолжительного действия всей нагрузки, на которую производят расчет по деформациям; f – полный прогиб ЖБК с нормальными трещинами; f_l – прогиб от непродолжительного действия расчетной нагрузки; γ_R – глобальный коэффициент безопасности, на который дополнительно умножаются все расчетные нагрузки в НЕЛИН-2-1 и НЕЛИН-2-2 или только нормативная кратковременная полезная нагрузка в НЕЛИН-2-3; f_R – прогиб от непродолжительного действия нагрузки, предшествующей разрушению.

В *табл. 3* приведены значения геометрических характеристик поперечного сечения без учета нормальных трещин, высоты сжатой зоны бетона в предельной стадии и самых неблагоприятных расчетных внутренних усилий в середине пролета и на опоре центрального ригеля перекрытия первого этажа при действии комбинации постоянных и кратковременных нагрузок.

В *табл. 4* приведены результаты расчетов нормальных сечений по прочности в середине пролета и на опоре центрального ригеля перекрытия 1-го этажа на основе методов предельных усилий (МПУ) и нелинейной деформационной модели (НДМ) без учета продольной силы в нормальном сечении. Необходимо отметить, что в этих сечениях (см. столбец 8 в *табл. 3*) по результатам линейных расчетов в моделях ЛИН-1-1 и ЛИН-1-2 получена растягивающая продольная сила, а в нелинейных НЕЛИН-2-1...НЕЛИН-2-3, наоборот, сжимающая, поэтому фактическая разность между коэффициентами использования для данных групп моделей, приведенная в столбце 9 *табл. 4*, по модулю уменьшится и увеличится соответственно.

В *табл. 5* приведены результаты расчетов нормальных сечений по трещиностойкости в середине пролета и на опоре центрального ригеля перекрытия первого этажа согласно методикам СП 63.13330 и разработчиков ПВК на базе НДМ без учета продольной силы в сечении. В ручных расчетах для определения нормативных значений изгибающих моментов M_{ser} и $M_{ser,l}$ приняты средний коэффициент надежности по нагрузке $\gamma_{f,red} = 1{,}18$ и доля длительности временной нагрузки $t_l = 0{,}81$ (см. значения в *табл. 1*).

Для упрощения расчетов общая площадь A_s и диаметр d_s растянутой арматуры, расположенной в два ряда по высоте сечения, приведены к площади $A_{s,red}$ и диаметру $d_{s,red}$ однорядного расположения арматуры при $a = 60$ мм через эквивалентный момент инерции относительно горизонтальной центральной оси без учета трещин. Коэффициент приведения стали к бетону принят равным $\alpha_{s1} = \alpha_{s2} = 13{,}6$, а расстояние между трещинами ограничено значением $l_s = 0{,}4$ м. Предельная ширина раскрытия трещин $a_{crc,ult}$ ограничена из условия обеспечения сохранности арматуры значениями 0,3 и 0,4 мм для продолжительного и непродолжительного действия нагрузки соответственно.

В *табл. 6* приведены результаты расчетов по определению прогибов в середине пролета центрального ригеля перекрытия в зависимости от комбинации нагрузок без учета коэффициентов сочетаний. Здесь добавлены условные расчетные модели ЛИН-1-К1 и ЛИН-1-К2, значения прогибов которых получены путем различных комбинаций ЛИН-1-1 и ЛИН-1-2. Это связано с тем, что разницу в прогибах $f_{cr} = f_3 - f_2$ при продолжительном и непродолжительном действии только постоянных и длительных нагрузок в рамках одной модели получить в большинстве подобных ПВК не представляется возможным:

7. Изгибающие моменты на опоре / в пролете центрального ригеля в зависимости от комбинации нагрузок

Расчетная модель	Вид нагрузки			
	нормативная продолжительная	нормативная непродолжительная	расчетная непродолжительная	разрушающая непродолжительная
1	2	3	4	5
ЛИН-1-1	1438,3 / 815,8 = 1,76 1418,8 / 807,8 = 1,76	1699,4 / 969,1 = 1,75 1678,7 / 960,5 = 1,75	1976,7 / 1128,8 = 1,75 1951,7 / 1118,6 = 1,75	–
ЛИН-1-2	1434,8 / 813,4 = 1,76 1422,8 / 808,8 = 1,76	1694,8 / 966,0 = 1,75 1682,4 / 961,2 = 1,75	1970,9 / 1125,0 = 1,75 1956,0 / 1119,4 = 1,75	–
НЕЛИН-2-1	1347,9 / 894,1 = 1,51 1347,9 / 886,5 = 1,52	1380,7 / 1244,9 = 1,11 1383,1 / 1227,1 = 1,13	1699,3 / 1387,3 = 1,23 1699,5 / 1377,5 = 1,23	2112,9 / 1764,1 = 1,2 2107,2 / 1774,5 = 1,19
НЕЛИН-2-2	1320,5 / 910,6 = 1,45 1314,8 / 926,4 = 1,42	1614,1 / 1022,6 = 1,58 1570,0 / 1056,1 = 1,47	1804,3 / 1267,7 = 1,42 1748,5 / 1329,8 = 1,31	1812,6 / 1289,9 = 1,41 1754,1 / 1355,1 = 1,29
НЕЛИН-2-3	1347,5 / 894,1 = 1,51 1347,9 / 886,5 = 1,52	1380,7 / 1244,9 = 1,11 1383,1 / 1227,1 = 1,13	1699,9 / 1318,6 = 1,29 1731,9 / 1321,5 = 1,31	2033,7 / 1680,2 = 1,21 2018,4 / 1692,0 = 1,19

Примечание. Верхние и нижние значения изгибающих моментов (в кН·м) определены в ригелях первого этажа (в числителе) и второго этажа (в знаменателе) соответственно.

для ЛИН-1-К1 –

$$f_{cr} = f_{3,\text{ЛИН-1-2}} - f_{2,\text{ЛИН-1-1}};$$

для ЛИН-1-К2 –

$$f_{cr} = (\varepsilon_{b1,red(3)}/\varepsilon_{b1,red(2)}) \times f_{2,\text{ЛИН-1-1}},$$

и при этом полный прогиб определяется по известной формуле $f = f_1 - f_2 + f_3$.

При выполнении линейных и нелинейных расчетов в каждой анализируемой модели заданы по три и четыре комбинации загружений соответственно, без учета коэффициентов сочетаний:

- нормативная продолжительная (коэффициенты длительности (КД) – 0,35 для полезной и 0,5 для снеговой), соответствующая значениям прогибов f_2;
- нормативная непродолжительная (КД – 1), соответствующая значениям прогибов f_1;
- расчетная непродолжительная (КД – 1), соответствующая значениям прогибов f_1;
- разрушающая – произведение расчетной непродолжительной нагрузки на глобальный коэффициент безопасности γ_R (при дальнейшем увеличении γ_R ряд КЭ в процессе расчета разрушается, и он прекращается), соответствующая значениям прогибов f_R.

Результаты исследования и их анализ

Сравнение результатов расчетов ЛИН-1-1 и ЛИН-1-2, различающихся значениями модуля деформации бетона, показывает, что внутренние усилия в рассматриваемом ригеле практически равны друг другу, в отличие от крайних пролета и опоры, где они заметно отличаются и составляют $M_{\text{пр}}/M_{\text{оп}}$ = 1680,4/999,3 и 1518,8/1294,7 кН·м соответственно. Необходимо отметить, что в нелинейной постановке (НЕЛИН-2-1) в крайних пролете и опоре этого ригеля соотношение $M_{\text{пр}}/M_{\text{оп}}$ ближе к результатам ЛИН-1-2 и зависит от заданного армирования. Но при этом значение $M_{\text{оп}}$ в ригеле второго этажа на крайней колонне меньше, чем в ригеле первого этажа в отличие от ЛИН-1-1 и ЛИН-1-2, где $M_{\text{оп}}$ увеличивается на следующем этаже, в связи с чем линейные решения этой задачи не могут в полной мере определить фактическое НДС подобной конструктивной системы.

Прогибы в середине пролета крайнего ригеля в этих моделях соотносятся между собой с помощью коэффициента ~0,44. Коэффициенты использования нормального сечения по НДМ – менее 1,0, при этом по МПУ получаем более консервативную оценку как в пролете, так и на опоре – на 17,1 и 10,6 % соответственно, что требует некоторого увеличения площади арматуры.

Формальный расчет сечений по трещиностойкости согласно СП 63.13330 приводит к противоречивым результатам, поскольку при невыполнении условия (8.118), когда $a_{crc} \leqslant a_{crc,ult}$, значения коэффициентов ψ_s требуется определять по формуле (8.138), и они получаются значительно меньше единицы (см. значения в столбцах 7, 8 в *табл. 5*), существенно снижая ширину раскрытия трещин.

Очевидно, что условие (8.138) СП 63.13330 при сопоставимых значениях M_{crc} и M завышает

фактическое влияние растянутого бетона на трещиностойкость нормального сечения, противоречит принципу совместной работы арматуры и бетона, сформулированному в статье [2], требует корректировки или введения ограничений. При задании $\psi_s = 1$ (или в формуле (8.138) $M_{crc} = 0$) коэффициенты использования в столбцах 21 и 26, 25 и 27 *табл. 5* достаточно близки между собой и представляют консервативную оценку, но не учитывают увеличение изгибающих моментов в пролетах за счет «перераспределения» внутренних усилий [3] и поэтому не обеспечивают соответствие требованиям по ограничению ширины раскрытия трещин. Сравнение изгибающих моментов на опоре и в пролете для центрального ригеля в зависимости от комбинации нагрузок приведено в *табл. 7*.

Значения изгибающих моментов, приведенные в *табл. 7*, в столбце 4 для НЕЛИН-2-1... НЕЛИН-2-3 незначительно отличаются от значений в столбцах 6 и 2 *табл. 3* и *4* соответственно, поскольку вычислены в момент времени, равный 2,5 с, который для опорных сечений может не быть самым неблагоприятным — например, в момент времени, равный 2,1 с, опорные моменты могут быть больше, чем при 2,5 с.

Наиболее приемлемый результат с точки зрения реализации «перераспределения» внутренних усилий получен в моделях НЕЛИН-2-1 и НЕЛИН-2-3, которые различаются между собой способом задания расчетной и разрушающей нагрузок. С учетом доказательства в статье [1] некорректности использования расчетных характеристик материалов для определения НДС и последующего выполнения проверок нормальных сечений по прочности и трещиностойкости согласно требованиям СП 63.13330 в рамках НЕЛИН-2-2 получено еще одно численное подтверждение в дополнение к [3] по отсутствию эффекта «перераспределения», который на протяжении многих десятков лет использовался при выполнении ручных расчетов.

Необходимо отметить, что в рассмотренной плоской раме, вне зависимости от расчетной модели, не реализуется эффект «неподвижной» опоры или распора, как в однопролетной защемленной по концам балке, рассмотренной в [3], т. е. происходит смещение концов ригелей от центра рамы к краям. Таким образом, возможность кратного увеличения предельной равномерно распределенной нагрузки в ряде ПВК не соответствует действительности, поскольку вызвана особенностями граничных условий и специфики реализации нелинейных расчетов. Очевидно, что подобный эффект и существенное увеличение значений предельной нагрузки были также получены и в другом распространенном ПВК по результатам сравнения нелинейных расчетов, приведенных в статье [4, с. 257].

Важная особенность реализации подобных задач во многих ПВК — это отсутствие изменения соотношения между продольными и поперечными усилиями в КЭ малой длины, составляющих ЖБК, как в примере выше. Даже при включенной опции геометрически нелинейный расчет или учет деформированной схемы, продольная сила в изгибаемых элементах большой кривизны при действии вертикальной нагрузки должна увеличиваться по мере нагружения, а поперечная сила — соответственно уменьшаться. В противном случае продольная сила по длине ригеля практически не меняется и может существенно искажать как НДС рассматриваемых по отдельности элементов, так и результаты проверки их нормальных сечений по прочности и трещиностойкости [3].

В этой связи общая оценка сопротивления конструктивной системы на основе коэффициента глобального сопротивления, коэффициента вариации сопротивления (ECOV) и их разновидностей [4—6], получаемая с использованием средних, а не нормативных механических характеристик материалов и требующая определения ошибки моделирования в сравнении с результатами натурных экспериментов, для большинства случаев представляется крайне затруднительной и практически бесперспективной. Это объясняется тем, что допущение о том, что одновременно всем элементам системы могут соответствовать средние прочностные характеристики материалов, еще более далеко от реальности, чем допущение о необходимости использования для всех элементов расчетных характеристик материалов, особенно для бетона. Наглядным примером этого могут служить поля распределения расчетных вероятностей трещинообразования в стенке балки пролетного строения, приведенные в статье [7, с. 42].

Кроме того, метод расчета по предельным состояниям (МРПС) с небольшими уточнениями позволяет выполнить общую оценку сопротивления конструктивной системы при нелинейном анализе. В стержневых статически определимых системах достижение предела текучести напряжениями в растянутой продольной арматуре изгибаемого элемента практически моментально приводит к неспособности дальнейшего сопротивления увеличению внешней нагрузки и началу разрушения при обеспечении прочности наклонных сечений. В опорных зонах плитных конструкций, шарнирно опертых по контуру, центральная сосредоточенная нагрузка увеличивается до тех пор, пока большая часть растянутой арматуры не перей-

дет в пластику [8] при обеспечении прочности на продавливание. В статически неопределимых системах утрата способности сопротивляться внешней нагрузке происходит аналогичным образом, но после перехода в пластику растянутой арматуры в пролетной части ЖБК [3]. Случай разрушения сжатой зоны бетона при переармировании элементов можно не рассматривать, поскольку глобальный коэффициент безопасности γ_R получится большим, чем при разрушении по растянутой арматуре, как и необходимость ограничения такого способа конструирования.

Таким образом, для общей оценки сопротивления конструктивной системы на основе МРПС можно использовать классический постулат проф. Н. С. Стрелецкого «о простоте и точности расчета» [9], приняв при нелинейном анализе нормативные прочностные характеристики материалов для всех типов загружений, расчетные значения нагрузок и минимально достаточный глобальный коэффициент безопасности γ_R, равный коэффициенту надежности по арматуре γ_s, для проверки несущей способности в модели НЕЛИН-2-1 на стадии, предшествующей разрушению. Для НЕЛИН-2-3 минимально достаточный глобальный коэффициент безопасности γ_R должен быть равен произведению коэффициента надежности по арматуре γ_s на отношение суммы расчетных значений постоянных и длительных нагрузок к полезной, т. е. в нашем случае: $\gamma_R = 1{,}15 \cdot (20{,}025 - 6)/6 = 2{,}69$, что с точностью до одной сотой совпадает со значением 2,7, приведенным в строке 5 *табл. 6*. В результате на основе нелинейного анализа для каждой модели можно получить традиционную и консервативную оценку безопасности как конструктивной системы в целом и ее элементов в отдельности, не требующую сравнения с какими-либо экспериментами, так и нормальных сечений по прочности и трещиностойкости в процессе последующих проверок согласно нормам.

Остается важный вопрос — какой из подходов в назначении коэффициентов надежности по нагрузкам и безопасности, рассмотренных здесь на примере НЕЛИН-2-1 и НЕЛИН-2-3, при нелинейном анализе является более эффективным и соответствующим действительной работе ЖБК? В работе [10] отмечен важный недостаток МРПС — большую часть времени конструкция находится в режиме нормальной эксплуатации и далека от предельных состояний, в связи с чем закономерности поведения конструкции на более низких уровнях интенсивности нагрузок остаются неизвестными, но важными, поскольку именно в этом режиме происходят различные негативные процессы (деградация, коррозия и т. д.). Очевидно, что ползучесть в сжатом бетоне развивается при уровне напряжений в нем далеких от предельной стадии по прочности и соответствует действию эксплуатационных нагрузок, отвечающих II стадии НДС изгибаемых ЖБК [11], но никак не экстремальных.

Кроме того, решение родственных задач по расчету наклонных сечений стержневых элементов на поперечную силу и плитных конструкций на продавливание [8] упирается в проблему корректного определения высоты сжатой зоны бетона и уровня напряжений, которые, как можно наблюдать в *табл. 4* и *5*, принципиально различаются между собой. В этой связи подход, реализованный в НЕЛИН-2-3, с применением вероятностно-эмпирического определения коэффициентов надежности по нагрузкам, предложенного в [1], с выработкой нового способа учета ползучести в сжатом бетоне с учетом проведения дополнительных исследований по этому направлению на основе вопросов, перечисленных в [1], и поиском неблагоприятных комбинаций для различных критериев МРПС является достаточно перспективным.

Важно отметить отличия результатов расчета прогибов, приведенные в *табл. 6:*

1) прогиб от непродолжительного действия всей нагрузки f_1 в НЕЛИН-2-2 превышает аналогичный в НЕЛИН-2-1, ЛИН-1-2, ЛИН-1-1 от 2 до 8 раз, но при этом прогиб, предшествующий разрушению f_R в ~1,5 раза меньше, чем аналог в НЕЛИН-2-1 и НЕЛИН-2-3, что дополнительно подтверждает некорректность такого подхода в задании характеристик материалов при нелинейном анализе;

2) прогиб f_1 в ЛИН-1-2 превышает аналогичный в НЕЛИН-2-1 и НЕЛИН-2-3 в ~1,36 раза, но при этом прогиб при действии расчетных нагрузок f_I в ~1,4 и 1,15 раза меньше соответственно (для задания расчетной комбинации нагрузок в НЕЛИН-2-3 были приняты значения эквивалентных коэффициентов надежности по нагрузке: 1,6 — для полезной и 2,6 — для снеговой, что соответствует суммарной расчетной нагрузке, принятой в *табл. 1*);

3) прогиб f_R, предшествующий разрушению ригелей, в НЕЛИН-2-1 и НЕЛИН-2-3 существенно меньше (в 1,8—2,76 и 1,7—3,12 раза) предельного $f_{ult} = 12000/250 = 48$ мм (на основе эстетико-психологических требований при высоте помещений менее 6 м), таким образом традиционно принимаемые соотношения высоты сечения к длине пролета при определении параметров конструктивной системы гарантируют соблюдение данных ограничений по прогибам, как, возможно, и многих других.

С учетом результатов расчета, приведенных в п. 1–3, и следующих допущений:

• прогиб от действия комбинации расчетных нагрузок f_1 всегда больше, чем прогиб от аналогичной комбинации нормативных нагрузок с учетом ползучести $f = f_1 - f_2 + f_3$;

• при соблюдении для НЕЛИН-2-1 (НЕЛИН-2-3) следующего неравенства $f_1 = 5{,}43$ (4,43) $\leqslant f_{ult} =$ = 48 мм,

предлагается не учитывать дополнительное негативное влияние ползучести на прогибы при выполнении нелинейного анализа.

Кроме того, установлено противоречие, заложенное в СП 63.13330 при расчете ригелей по трещиностойкости, выражающееся в неоднозначности назначения коэффициента ψ_s, учитывающего работу растянутого бетона между трещинами. В сноске к формуле (8.128) ψ_s допускается принимать равным 1 (т. е. не учитывать влияние от работы бетона на растяжение). Однако если условие (8.118): $a_{crc} \leqslant a_{crc,ult}$ не удовлетворяется, то значение ψ_s следует определять по формуле (8.138): $\psi_s = 1 - 0{,}8\ (M_{crc}/M)$.

В итоге получается, что при $\psi_s < 1$ опорное и пролетное нормальные сечения ригелей удовлетворяют требованиям трещиностойкости (см. столбцы 14 и 18 в *табл. 5*), в то время как согласно методу расчета по ПУ и НДМ (см. столбцы 5 и 8 в *табл. 4*) они не удовлетворяют условиям прочности (ПУ, НДМ на опоре) на величину, сравнимую со средним значением коэффициента надежности по нагрузке в *табл. 1* или близки к ее пределу (НДМ в пролете). При $\psi_s = 1$ (см. столбцы 21 и 25 в *табл. 5*) и согласно методике разработчиков ПВК на основе НДМ (см. столбцы 26 и 27 в *табл. 5*) эти сечения ригелей существенно не удовлетворяют ограничениям по ширине раскрытия трещин. Из формулы (8.138) понятно, что противоречие вызвано близкими между собой значениями M_{crc} и M, которые существенно занижают коэффициент ψ_s, что требует для него введения ограничений. В статье [2] предлагается и обосновывается другой принцип совместной работы растянутого бетона и арматуры, при котором значение коэффициента ψ_s должно приниматься равным 1.

Кроме того, как отмечалось ранее в статье [12], существенный вклад в определение ширины раскрытия нормальных трещин вносит базовое расстояние между ними, которое требует уточнения и проведения дополнительных исследований и экспериментов [13–15].

Выводы

1. Линейные расчеты рассмотренной плоской рамы на основе моделей ЛИН-1-1 и ЛИН-1-2 не позволяют качественно и количественно определить фактическое НДС и принять для ригелей эффективное продольное армирование вне зависимости от используемого ПВК.

2. Нелинейный анализ на основе подходов в НЕЛИН-2-1 и НЕЛИН-2-3:

• позволяет получить более реалистичную и достоверную картину НДС с учетом «перераспределения» изгибающих моментов, но без учета негативного влияния ползучести в сжатом бетоне;

• заметно уменьшает и незначительно увеличивает требуемый процент армирования на опорах и в пролетах ригелей по сравнению с НДМ и ПУ, но при этом параметры армирования получились слишком оптимистичными и не должны создавать подобных противоречий, повышая неопределенность в приращении нагрузки между предаварийным состоянием и разрушением конструкции;

• не учитывает изменение продольных сил по длине ригелей;

• не позволяет в процессе расчета определять ширину раскрытия трещин.

3. При использовании коэффициента $\psi_s < 1$ и без увеличения процента продольного армирования по результатам расчета трещиностойкости в пролетных сечениях ригелей возникает риск потенциальной аварийной ситуации и как минимум несоблюдение требований по ограничению ширины раскрытия нормальных трещин.

4. С учетом полученных результатов и предложений при выполнении нелинейного анализа на основные сочетания нагрузок (без учета знакопеременных воздействий) достаточно подготовить одну подобную расчетную модель (НЕЛИН-2-1 или НЕЛИН-2-3) с различными вариантами нелинейных нагружений, которая позволит проверить соответствие основным требованиям МРПС.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. *Пекин Д. А.* Совершенствование метода расчета по предельным состояниям и нормирования строительных конструкций // Промышленное и гражданское строительство. 2026. № 7. С. 26–35. doi: 10.33622/0869-7019.2026.07.26-35
2. *Пекин Д. А.* Принцип совместной работы арматуры и бетона при осевом растяжении элементов // Промышленное и гражданское строительство. 2025. № 9. С. 28–34. EDN: IPREZM
3. *Пекин Д. А.* Нелинейные расчеты и «перераспределение» усилий в защемленной железобетонной балке при плоском изгибе // Промышленное и гражданское строительство. 2024. № 8. С. 41–47. EDN: FQVCDV

4. *Тур В. В., Тур А. В.* Формат безопасности при выполнении нелинейных расчетов железобетонных конструкций // Сборник статей Международной научно-технической конференции. Брест : БрГТУ, 2017. С. 243–260.
5. *Cervenka V.* Reliability – based non-linear analysis according to fib Model Code 2010 [Нелинейный анализ, основанный на надежности, в соответствии с модельным кодексом fib 2010] // Structures Concrete. 2013. Vol. 14. Pp. 19–28.
6. *Bertagnoli G., Giordano L.* et al. Safety format for the non-linear analysis of concrete structure [Безопасный формат для нелинейного анализа бетонных конструкций] // Studies and Researches. 2004. Vol. 25. Pp. 31–56.
7. *Иосилевский Л. И.* Вероятностные оценки трещиностойкости предварительно напряженных железобетонных изгибаемых конструкций // Бетон и железобетон. 1972. № 1. С. 41–43.
8. *Пекин Д. А.* Влияние изгиба на механизм продавливания опорной зоны железобетонной плиты // Промышленное и гражданское строительство. 2019. № 10. С. 20–28. EDN: LSQDYX
9. *Стрелецкий Н. С.* К вопросу о значении рабочих методов в расчете конструкций // Избранные труды. М. : Стройиздат, 1975. С. 235–241.
10. *Иосилевский Л. И.* Практические методы управления надежностью железобетонных мостов. М. : НИЦ «Инженер», 1999. 295 с.
11. *Пекин Д. А.* Стадии напряженно-деформированного состояния железобетонных балок с нормальными трещинами при плоском изгибе // Промышленное и гражданское строительство. 2024. № 9. С. 59–67. EDN: HKAOBC
12. *Пекин Д. А.* Совершенствование методики расчета базового расстояния между нормальными трещинами в изгибаемых железобетонных элементах // Промышленное и гражданское строительство. 2022. № 12. С. 10–15. EDN: HHPDFD
13. *Пекин Д. А.* Деформационный критерий образования нормальных трещин в железобетонных балках при плоском изгибе // Железобетонные конструкции. 2024. Т. 8. № 4. С. 33–43. EDN: ABGGYC
14. *Пекин Д. А.* Расстояние между трещинами – важная экспериментальная характеристика железобетона // Промышленное и гражданское строительство. 2025. № 7. С. 18–25. EDN: IMCRWC
15. *Пекин Д. А.* Расстояние между трещинами в центрально растянутых железобетонных элементах на основе экспериментов // Промышленное и гражданское строительство. 2025. № 8. С. 40–48. EDN: YLETJM

REFERENCES

1. Pekin D. A. Improvement of the calculation method for limiting conditions and rationing of building structures. *Promyshlennoe i grazhdanskoe stroitel'stvo*, 2026, no. 7, pp. 26–35. (In Russ.). doi: 10.33622/0869-7019.2026.07.26-35
2. Pekin D. A. The principle of joint work of reinforcement and concrete during axial stretching of elements. *Promyshlennoe i grazhdanskoe stroitel'stvo*, 2025, no. 9, pp. 28–34. (In Russ.). EDN: IPREZM
3. Pekin D. A. Nonlinear calculations and "redistribution" of forces in a pinched reinforced concrete beam with a flat bend. *Promyshlennoe i grazhdanskoe stroitel'stvo*, 2024, no. 8, pp. 41–47. (In Russ.). EDN: FQVCDV
4. Tur V. V., Tur A. V. Safety format for performing nonlinear calculations of reinforced concrete structures. *Sbornik statej Mezhdunarodnoj nauchno-tekhnicheskoj konferencii* [Collection of articles of the International Scientific and Technical Conference]. Brest, BrGTU Publ., 2017, pp. 243–260. (In Russ.).
5. Cervenka V. Reliability – based non-linear analysis according to fib Model Code 2010. *Structures Concrete*, 2013, vol. 14, pp. 19–28.
6. Bertagnoli G., Giordano L. et al. Safety format for the non-linear analysis of concrete structure. *Studies and Researches*, 2004, vol. 25, pp. 31–56.
7. Iosilevskij L. I. Probabilistic estimates of crack resistance of prestressed reinforced concrete bendable structures. *Beton i zhelezobeton*, 1972, no. 1, pp. 41–43. (In Russ.).
8. Pekin D. A. The effect of bending on the mechanism of pushing through the support zone of a reinforced concrete slab. *Promyshlennoe i grazhdanskoe stroitel'stvo*, 2019, no. 10, pp. 20–28. (In Russ.). EDN: LSQDYX
9. Streleckij N. S. On the question of the importance of working methods in the calculation of structures. *Izbrannye Trudy* [Selected works]. Moscow, Strojizdat Publ., 1975, pp. 235–241. (In Russ.).
10. Iosilevskij L. I. *Prakticheskie metody upravleniya nadezhnost'yu zhelezobetonnyh mostov* [Practical methods for managing the reliability of reinforced concrete bridges]. Moscow, Inzhener Publ., 1999. 295 p. (In Russ.).
11. Pekin D. A. Stages of stress-strain state of reinforced concrete beams with normal cracks during flat bending. *Promyshlennoe i grazhdanskoe stroitel'stvo*, 2024, no. 9, pp. 59–67. (In Russ.). EDN: HKAOBC
12. Pekin D. A. Improving the methodology for calculating the base distance between normal cracks in bent reinforced concrete elements. *Promyshlennoe i grazhdanskoe stroitel'stvo*, 2022, no. 12, pp. 10–15. (In Russ.). EDN: HHPDFD
13. Pekin D. A. Deformation criterion for the formation of normal cracks in reinforced concrete beams during flat bending. *Zhelezobetonnye konstrukcii*, 2024, vol. 8, no. 4, pp. 33–43. (In Russ.). EDN: ABGGYC
14. Pekin D. A. The distance between cracks is an important experimental characteristic of reinforced concrete. *Promyshlennoe i grazhdanskoe stroitel'stvo*, 2025, no. 7, pp. 18–25. (In Russ.). EDN: IMCRWC
15. Pekin D. A. The distance between cracks in centrally stretched reinforced concrete elements based on experiments. *Promyshlennoe i grazhdanskoe stroitel'stvo*, 2025, no. 8, pp. 40–48. (In Russ.). EDN: YLETJM